El Condicional Value at Risk en la gestión de carteras latinoamericanas

*Miguel Angel Martín Mato**

Resumen

Las instituciones financieras necesitan medir los niveles de reservas para cubrir los riesgos de solvencia y de contraparte de sus operaciones. Por ello, durante años, numerosas instituciones e investigadores han realizado diversos estudios para obtener medidas que gestionen eficientemente los riesgos a los que se ven sometidos. Un ejemplo importante es el de JP Morgan, cuya metodología "RiskMetrics" fue divulgada en el año 1995, lo cual supuso una revolución en la gestión de riesgos moderna, dando paso al conocido Value at Risk (VaR) y, en los últimos años, el Condicional Value at Risk (CVaR). En este sentido, la optimización de carteras que minimizan el riesgo de mercado es una de las preocupaciones en la gestión de carteras de renta variable y renta fija, enfatizando la importancia de comparar las bonanzas de estas medidas.

El comportamiento de estas medidas modernas de gestión ha sido examinado con carteras de 2 y 3 acciones de la Bolsa de Valores de Lima, encontrando que cuando el VaR es utilizado, la sensibilidad de la cartera óptima respecto al nivel de confianza elegido es muy alta, mientras que cuando el CVaR es utilizado, la cartera óptima permanece estable respecto al nivel de confianza. Los resultados de este artículo tienen gran valor para gestores de carteras, expertos e instituciones reguladoras de riesgos de mercado.

*El autor es investigador principal de CENTRUM Escuela de Negocios.

El Condicional Value at Risk en la gestión de carteras latinoamericanas

Abstract

The financial institutions need to measure the levels of reserves to cover the credit risks and counterparty risks of their operations. For that reason, during years, numerous institutions and researchers have made diverse studies to obtain measures that efficiently manage the risks they are exposed to. An important example is the one of JP Morgan, whose methodology "RiskMetrics" was disclosed in 1995, which supposed a revolution in the modern risk management, setting the scenario to the well-known Value at Risk (VaR) and in the last years to the Conditional Value at Risk (CVaR). In this sense, the optimization of portfolios that minimize the market risk is one of the concerns in the management of fixed and variable income portfolios, with special emphasis in the importance of comparing pros and cons of these measures.

The behavior of these modern measures of management has been examined with portfolios of 2 and 3 actions from Lima Stock Exchange, finding that when the VaR is used, the sensitivity of the optimal portfolio with respect to the chosen confidence level is very high, whereas when the CVaR is used, the optimal portfolio remains stable with respect to the confidence level. The results of this article have great value for portfolio managers, experts and regulators of market risks.

Palabras clave: Conditional Value at Risk, Expected shortfall, Value-at-Risk, coherencia, gestión de riesgos, optimización, carteras.
Código de clasificación JEL: G11, D81

I. Introducción

El Value-at-risk (VaR) es una medida popular de gestión de riesgos, la cual ha sido utilizada como base para la industria de la regulación (Jorion,1996; Pritsker, 1997). Sin embargo, el VaR ha sido seriamente criticado cuando las distribuciones de las pérdidas no se distribuyen “normalmente”, provocando problemas de subaditividad, debido a la existencia de colas largas o a la falta de continuidad de las distribuciones.

Asimismo, el VaR no es una medida de riesgo coherente en el sentido de Artzner, Delbaen, Eber y Heath (1997, 1999). Desde la aparición de dichos trabajos se ha tratado de buscar medidas del riesgo que sean coherentes. Estas contribuciones demuestran que el *Value at Risk* tiene características matemáticas indeseables, como la falta de subaditividad y de convexidad. Por ejemplo, el VaR de una combinación de dos carteras puede ser más grande que la suma de los riesgos de las carteras medidas individualmente. Otras medidas, como el *Condicional Value at Risk* (CVaR), aportadas por Uryasev y Rockafellar (2002) y, en el mismo sentido, Espected *Shortfall*[1] por Acerbi y Tasche (2002) fueron introducidas para eliminar dichas deficiencias y demostraron tener grandes ventajas en la optimización de carteras (Uryasev , Palmquist, y Krokhmal 2002). A tal efecto, el *Condicional Value at Risk* presenta ventajas significativas que han quedado demostradas tanto en instrumentos de renta variable como de renta fija (Martin, 2005).

El VaR únicamente es coherente cuando está basado en distribuciones continuas normalizadas (ya que para una distribución normal el VaR es proporcional a la desviación estándar). En este caso, trabajar con el VaR, con el CVaR o con mínima varianza es equivalente.

1 Algunos autores llaman al Conditional Value at Risk como Expected Shortfall refiriéndose en todo momento a la misma medida de riesgo.

II. Marco conceptual

Según Uryasev (2002), el CVaR puede definirse como la pérdida esperada dado que las pérdidas son mayores a la pérdida esperada dada, que es más grande o igual que el VaR. El CVaR es la media de las pérdidas respecto a un nivel de probabilidad A% que se designa con α, es decir, las pérdidas esperadas que pueden darse con esa probabilidad. La distribución de probabilidad de las pérdidas podría definirse como (1):

$$\psi(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x > x^{a} \\ \left[\alpha - p(x)\right]/\alpha, & \text{si } x \leq x^{a} \end{cases} \quad (1)$$

Para el cálculo del CVaR como una media ponderadadel VaR y del $CVaR^{-}$ definamos cada uno de los elementos intervinientes:

VaR.- es el α percentil de la distribución de la de los resultados de una cartera (el valor en términos absolutos más grande que no exceda la probabilidad de α)

$CVaR^{-}$= es la pérdida esperada que estrictamente supera al VaR siendo $CVaR^{-} = -E(X|X<x^{\alpha})$ lo que también se designa con el nombre *Mean Excess Loss*.

Dada la distribución de probabilidad de las pérdidas, puede definirse λ_{α} como la probabilidad asignada para que se produzca la pérdida x^{α} en dicha distribución. Si $p(x^{\alpha})$ es la probabilidad de que las pérdidas excedan (sean estrictamente mayores) al *VaR*, el peso asignado al *VaR* será (2):

$$\lambda_{\alpha} = \left[\alpha - p(x^{\alpha})\right]/\alpha \in [0,1] \quad (2)$$

Si $\psi(x^{\alpha}) < 1$ hay opción a que las pérdidas sean mayores a que x^{α} entonces, el CVaR puede obtenerse como una media ponderada del *VaR* y del $CVaR^{-}$ (Rockafellar and Uryasev, 2002) como muestra la ecuación (3):

$$CVaR^{(\alpha)} = \lambda_{\alpha} x^{\alpha} + \left[1 - \lambda_{\alpha}\right] CVaR^{-} \quad (3)$$

El objetivo de la optimización es obtener aquellas proporciones sobre los instrumentos que componen una cartera que minimice su VaR o CVaR para un nivel de confianza específico α (Pflug, 2001). Sea $\xi = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_k)$ el vector de rendimientos aleatorios de determinadas categorías de activos 1,2,…k. Y sea $w = (w_1, w_2, ..., w_k)$ el vector de posiciones de la cartera. De este modo, w_j será la proporción del instrumento *j* en la cartera.

$$w_j \geq 0,\ j = 1,2,...k \qquad \Sigma_{j=1}^{k} \geq 0,\ j = 1,2,...k$$

La rentabilidad total de la cartera vendrá dada por $-Y = w'\xi$, donde el objetivo es minimizar el VaR o CVaR bajo la restricción de que la rentabilidad esperada exceda un determinado nivel ($w'E(\xi) \geq \mu$). El problema de optimización para el CVaR se resume en la ecuación (4):

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar (en } W\text{)} \quad CVAR_\alpha(-w'\xi) \\ &\text{Sujeto a:} \\ &\qquad w'E(\xi) \geq \mu \\ &\qquad w' \cdot \mathbf{1} = 1 \\ &\qquad w \geq 0 \end{aligned} \tag{4}$$

Para una optimización en la práctica, si Y es una variable discreta, la cual puede tomar los valores $w'\xi^i$ con igual probabilidad, los vectores $\xi^i, i = 1,2,..,N$ son llamados escenarios.

III. Análisis empírico

A. Datos del estudio

Para examinar el comportamiento de cada medida se ha realizado un estudio empírico que mostrase los resultados en la optimización de carteras. Para ello, se eligieron 3 acciones de la Bolsa de Valores de Lima[2]. Para cumplir con el objetivo general del estudio se realizaron las siguientes tareas:

1. Analizar el comportamiento del VaR y CVaR en carteras de dos acciones.
2. Analizar el comportamiento del VaR y CVaR en carteras de tres acciones.
3. Obtener la cartera óptima usando las medidas modernas de gestión (VaR y CVaR).
4. Analizar el comportamiento de dichas medidas para diferentes niveles de confianza.

2 Los datos de las acciones han sido obtenidos del servicio de información Economática, el cual ofrece cotizaciones de acciones las bolsas latinoamericanas.

5. Comparar la estabilidad de la composición de la cartera óptima en función al nivel de confianza.
6. Contrastar resultados de la evaluación y establecer relaciones, similitudes y diferencias entre dichas medidas.

Las acciones elegidas para el análisis fueron Credicorp, Luz del Sur y Backus Inversión. El análisis es realizado con 288 observaciones de precios diarios que transcurren desde 02/01/2002 hasta el 03/03/2003.

La Tabla 1 muestra los datos de liquidez[3] (que tiene en cuenta los días de negocio y el volumen de transacción), frecuencia de negociación (medida como porcentaje de los días que hubo cotización de la acción en el periodo de análisis), volatilidad (medida como la desviación de los rendimientos logarítmicos diarios de la acción) y cotización (precio de cierre en el último día del periodo de análisis).

Tabla 1: Datos de las acciones

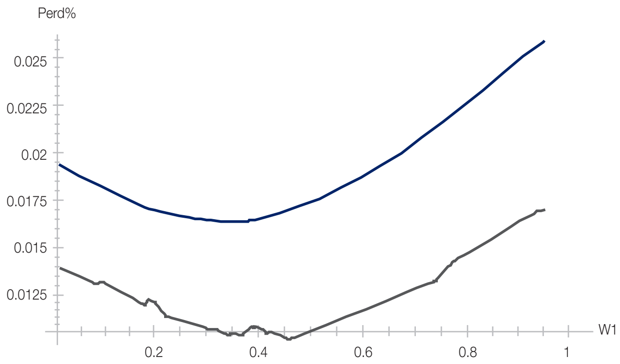
	Liquidez 03Mar03 02Ene02	Frecuencia 03Mar03 02Ene02	Volatilidad 03Mar03 02Ene02	Correlación Mar03 60 meses	Cotización 03Mar03
Credicorp C1	2.771	98.26%	0.20%	0.809	9.399
Luz del Sur S.A. C1	2.046	98.26%	0.16%	0.476	2.668
UCP Backus Johnst I1	4.119	97.57%	0.24%	0.808	1.178

B. Análisis en carteras de dos acciones

Para un primer análisis se procedió a la creación de carteras con las acciones de Credicorp y de Luz del Sur calculándose el VaR para un conjunto de diversas carteras compuestas por el vector (w_1, w_2), que corresponde con las proporciones invertidas en cada una de las acciones. El Gráfico 1 muestra como evoluciona el VaR (línea gris) y el CVaR (línea negra) en función a la proporción invertida en Credicorp (w_1) para un nivel de confianza del 95% y un horizonte temporal de un día[4].

3 Liquidez en Bolsa = 100 * p/P * sqrt (n/N * v/V) donde:
p = número de días en que hubieron por lo menos un negocio con la acción dentro del periodo escogido.
P = número total de días del periodo escogido.
n = número de negocios con la acción dentro del periodo escogido.
N = número de negocios con todas las acciones dentro del periodo escogido.
v = volumen de dinero con la acción dentro del periodo escogido.
V = volumen de dinero con todas las acciones dentro del periodo escogido.
4 El VaR y CVaR en todo el análisis es representado como el porcentaje de las pérdidas sobre el valor total.

Gráfico 1: VaR y CVaR de carteras de dos acciones



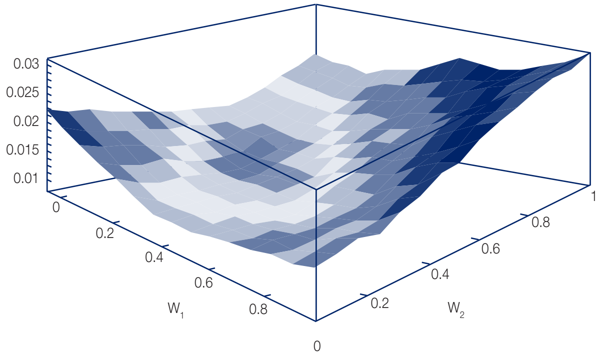
Como se aprecia en el gráfico, a medida que se incrementa la proporción invertida en Credicorp (w_1), el VaR de la cartera disminuye, pero surgen problemas de sublinealidad (situaciones en las que el VaR incrementa en vez de disminuir). Esta sublinealidad provoca que puedan darse casos de existencia de varios óptimos (carteras con el mismo VaR mínimo), mientras que el comportamiento del CVaR es mucho más coherente ya que a medida que se aumenta la posición en el otro activo no se dan variaciones en la tendencia del indicador llegando a un solo CVaR mínimo. En este ejemplo, si se realizase una asignación de carteras invirtiendo un 35.40% en la acción de Credicorp y el resto en la acción de Luz del Sur se obtendría la cartera óptima (cartera con menor CVaR), que tendría un CVaR de 1.621% para un nivel de confianza del 95%.

C. Análisis en carteras de tres acciones

Para dicho análisis se incluye a la cartera anterior la acción de Backus Inversión, de tal forma que las proporciones de Credicorp, Luz del Sur y Backus Inversión seguirán el vector $(w_1, w_2, 1 - w_1 - w_2)$ respectivamente. Las observaciones de precios transcurren desde 02/01/2002 hasta el 03/03/2003.

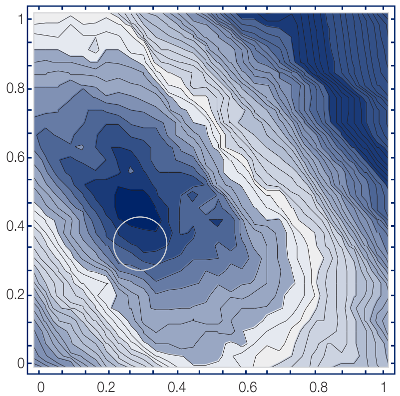
El Gráfico 2 muestra el VaR a un día de dicha cartera con un 95% de nivel de confianza en función de Credicorp y de Luz del Sur (w_1, w_2). Puede observarse como la función tiene forma convexa, pero tiene problemas de sublinealidad.

Gráfico 2: VaR para carteras de tres acciones



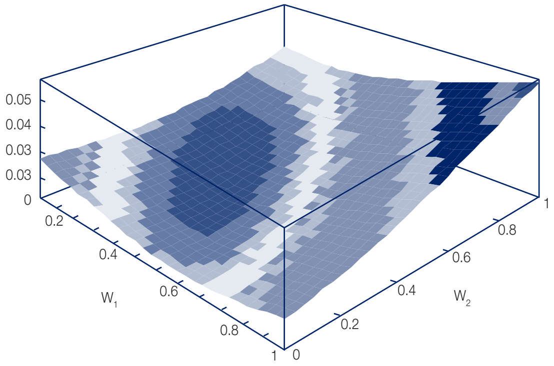
El Gráfico 3 es un gráfico de niveles que permite localizar el punto mínimo que aparece en un círculo. Como se aprecia, existe una zona principal donde se encuentra el óptimo, pero para el intervalo de confianza elegido se obtienen varias zonas de diferentes mínimos, lo que indicaría diferentes portafolios óptimos.

Gráfico 3: Optimización con el VaR



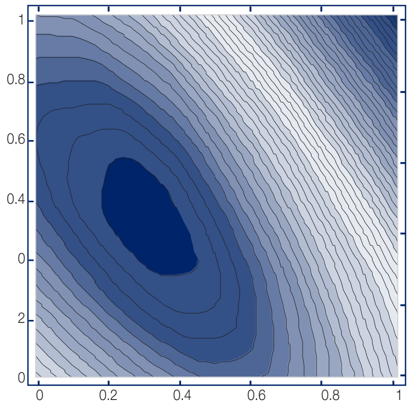
El Gráfico 4 muestra el CVaR a un día para las diferentes carteras formadas por Credicorp, Luz del Sur y Backus Inversión, con un nivel de confianza del 95%. Gráficamente, la optimización ahora puede realizarse de una forma más precisa al tratarse de una función totalmente convexa.

Gráfico 4: CVaR para carteras de tres acciones



El Gráfico 5 es un gráfico de niveles que muestra los beneficios del CVaR en cuando a la sublinealidad. Con dicho gráfico es posible localizar el único óptimo existente para esta cartera de tres acciones. Cuando se disponen de tres acciones los beneficios de la sublinealidad en el CVaR son mucho mayores.

Gráfico 5: Optimización con el CVaR



Para la obtención de la cartera óptima, los cálculos matemáticos indican que la cartera que minimiza el CVaR con una pérdida de 1.373% a un día, con un intervalo de confianza de 95%, tendría la siguiente composición: un 31.56% en Credicorp, un 45.56% en Luz del Sur y un 22.88% en Backus Inversión.

D. Optimización según el intervalo de confianza

A continuación se detalla el análisis sobre las diferencias del VaRy el CVaR en función al intervalo de confianza. El propósito de dicho análisis es responder a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tan estables son el comportamiento del VaR y del CVaR en la optimización de carteras para diferentes intervalos de confianza?
2. ¿Cómo influye la elección del intervalo de confianza en el VaR y el CVaR?

Por lógica estadística, cuanto menor sea el intervalo de confianza, menor debería ser el VaR o CVaR de la cartera. Por consiguiente, la cartera óptima que minimiza el CVaR y el VaR deberían también mostrar menores cifras (pérdidas expresadas en porcentaje sobre el valor de la cartera). Sin embargo la evidencia empírica detalla otros resultados.

La tabla 2 muestra las carteras óptimas del CVaR y VaR para diferentes intervalos de confianza y la composición de cada una de las carteras óptimas para dichos intervalos de confianza, de tal forma que las proporciones de Credicorp, Luz del Sur y Backus Inversión seguirán el vector (w_1, w_2, w_3) respectivamente.

Tabla 2: Optimización según intervalo de confianza

Pro(%)	CVaR	w1	w2	w3	VaR	w1	w2	w3
99%	2.757%	68.69%	0.00%	31.30%	1.882%	12.4%	45.9%	41.7%
98%	1.923%	40.94%	32.58%	26.48%	1.512%	59.3%	8.1%	32.7%
97%	1.663%	35.69%	40.11%	24.19%	1.340%	50.1%	4.8%	45.1%
96%	1.497%	35.58%	43.23%	21.19%	1.093%	47.3%	19.3%	33.4%
95%	1.373%	31.56%	45.56%	22.87%	0.903%	43.9%	37.2%	18.9%
94%	1.275%	30.10%	43.50%	26.40%	0.831%	51.6%	44.9%	3.5%
93%	1.200%	30.01%	43.68%	26.31%	1.012%	54.0%	6.4%	39.6%
92%	1.142%	29.54%	43.87%	26.59%	1.081%	61.6%	0.0%	38.4%
91%	1.093%	29.39%	47.12%	23.49%	1.282%	2.3%	8.4%	89.3%
90%	1.050%	29.15%	47.40%	23.45%	0.653%	11.9%	56.2%	31.9%

En el CVaR se aprecia que cuanto menor es el intervalo de confianza menor es también el CVaR. Sin embargo, el VaR muestra un comportamiento no defenido ya que a menor intervalo de confianza no necesariamente el VaR de la cartera óptima disminuye, sino incluso aumenta. La tabla muestra que cuando el intervalo de confianza pasa de 94% a 93%, el VaR aumenta de 0.831% a 1.012%. Cuando el intervalo pasa de 93% a 92% y de 92% a 91% sucede lo mismo y cuando pasa de 91% a 92% hay un cambio brusco en el VaR pasado de 1.282% a 0.653%.

Respondiendo a la segunda pregunta, el CVaR muestra una gran estabilidad de la composición de su cartera óptima. Esta estabilidad aumenta a medida que el intervalo de confianza disminuye, algo coherente ya que a medida que disminuye el intervalo de confianza el número de observaciones elegidas que exceden al VaR es mayor, lo que hace que el promedio de dichas obervaciones (para el cálculo del CVaR) confiera mayor consistencia y estabilidad a las proporciones de la cartera óptima. Sin embargo, el VaR muestra carteras óptimas muy discordantes y, en algunos casos, hasta opuestas a diferentes niveles de confianza. Esta falta de estabilidad puede ser preocupante ya que la cartera óptima para un intervalo de confianza dado no asegura, en absoluto, que siga siendo óptima en otros intervalos de confianza.

IV. Conclusiones y recomendaciones

El Condicional Value at Risk es una excelente medida para analizar y cuantificar riesgos al demostrarse su coherencia. Gracias a este tipo de medidas, las instituciones financieras pueden cuantificar su exposición al riesgo y el volumen de reservas que deben tener para realizar sus operaciones de una forma segura. El trabajo de investigación desarrollado va más allá de considerar al CVaR como un indicador de riesgo, ya que además se buscó comprobar su eficiencia y coherencia frente a otras medidas predecesoras.

En tal sentido, el CVaR presenta ventajas significativas que han quedado demostradas en activos de renta variable, lo que la coloca en mejor posición como medida de gestión moderna de riesgos. Una de las grandes ventajas que tiene el CVaR respecto al VaR es la convexidad (sublinealidad) cuando se optimizan carteras, lo que permite obtener la cartera óptima de forma rápida y además obliga a la existencia de un solo óptimo.

A su vez, haciendo un análisis más profundo de las características que tiene la renta variable Latinoamérica, en donde la mayoría de las veces no se cuenta con un apropiado sistema de negociación, liquidez de mercado y frecuencia de cotización el CVaR se sitúa como la medida más robusta a la hora de gestionar carteras.

El CVaR muestra coherencia en la optimización de carteras para diferentes niveles de confianza. Cuanto menor es el nivel de confianza, menor es el CVaRde la cartera óptima. Sin embargo, el VaR muestra un comportamiento no definido, ya que un menor intervalo de confianza no implica menores pérdidas en la cartera que minimiza esta medida.

El CVaR muestra mayor estabilidad en la composición de la cartera óptima para diferentes intervalos de confianza. Cuando menor es el intervalo de confianza, existe un mayor número de observaciones con las que calcular el promedio de las pérdidas, lo que le otorga una mayor consistencia que se traduce en leves cambios en la composición de la cartera óptima. Sin embargo, el VaR evidencia resultados discordantes, ya que la cartera óptima para un intervalo de confianza difiere significativamente respecto a la cartera óptima de otro intervalo. Este aspecto limita al VaR a la hora de realizar rebalanceo o recomposiciones de carteras y, más aun,- cuando existen limitantes a la inversión.

Finalmente, un tema interesante para futuras investigaciones sería analizar dicho comportamiento en carteras que incluyan posiciones cortas y derivados financieros y medir el comportamiento y la efectividad, incorporando aplicaciones a las técnicas de rebalanceo de carteras, así como en la medición de riego de crédito.

V. Referencias

Acerbi, C, Nordio C. and Sirtori C. (2001) “Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management”. Working paper, Abaxbank.

Acerbi, C. Tasche, “On the coherence of Expected Shortfall”. *Journal of Banking and Finance 26* (2002), pp. 1491-1507.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1997) “Thinking Coherently”. Risk 10, , pp. 68-71.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. “Coherent Measures of Risk”. *Mathematical Finance , no. 3*, (1999) pp. 203-228.

Jorion, Ph. (1996) “Value at Risk: A New Benchmark for Measuring Derivatives Risk”. Irwin Pro-fessional Pub.

Pflug, G. (2001) “Some Remarks on the Value at Risk and the Conditional Value at Risk”, en “Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications” (S. Uryasev ed.), Kluwer Academic Publishers.

Pritsker, M., (1997) “Evaluating Value at Risk Methodologies”, *Journal of Financial Services Research*, 12:2/3 pp. 201-242.

Martin, M., (2005) “Classic and Modern Measures of Risk in Fixed Income Portfolio Optimization ”, Journal of Risk Finance 6 (5).

Uryasev S., y Rockafellar, R.T. (2000) “Optimization of Conditional Value-At-Risk”. The Journal of Risk, Vol. 2, No. 3, 2000, 21-41.

Uryasev S. y Rockafellar R.T. (2002) “Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions”. Journal of Banking and Finance, 26/7, 2002, 1443-1471.

Uryasev S., Palmquist, J.,y Krokhmal. P. (2002) “Portfolio Optimization with Conditional Value-At-Risk Objective and Constraints”. The Journal of Risk, Vol. 4, No. 2, 2002.